~~P(A∩B) =~~

$\therefore A\cap B$ = ল'ৰাৰ পৰা 2 জন ছোৱালীৰ পৰা 2জনী লৈ দল গঠনৰ ঘটনা।

$$\therefore P(A\cap B) = \frac{{}^{8}C_2 \times {}^{4}C_2}{{}^{12}C_4} = \cancel{\frac{8\times7\times4\times3}{495}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\times8\times7\times\frac{1}{2}\times4\times3}{495} = \frac{4\times7\times2\times\cancel{3}^{1}}{\cancel{495}_{165}}$$

$$= \frac{56}{165}$$

$$\therefore P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{56}{\cancel{165}_{\cancel{55}\,5}} \times \frac{\cancel{99}^{\cancel{33}\,3}}{85} = \frac{138}{425}\ \#$$

——×——×——

Multiplication theorem on Probability:

যৌগিক সম্ভাৱিতাৰ সূত্ৰ / সম্ভাৱিতাৰ পুৰণসূত্ৰ / মিশ্ৰসম্ভাৱিতাৰ সূত্ৰ

সংজ্ঞা: A আৰু B ঘটনা দুটা একেলগে সংঘটিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল A ৰ সম্ভাৱিতা আৰু A ৰ প্ৰাকসংঘটন সাপেক্ষে B ৰ চৰ্তাধীন সম্ভাৱিতাৰ পুৰণফল।

প্ৰতীকেৰে $P(AB) = P(A)\,P(B/A)$

Qn: প্ৰমাণ কৰা যে $P(A\cap B) = P(A)\,P(B/A) = P(B)\,P(A/B)$

ধৰা হ'ল n = মুঠ পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত আৰু সমান সম্ভাৱিতাৰ ঘটনা।

m = A ৰ মুঠ অনুকূল ঘটনাৰ সংখ্যা

m_1 = A আৰু B ৰ অনুকূল ঘটনাৰ সংখ্যা

ধৰা হওঁক m_1 সংখ্যক ঘটনা m ৰ অন্তৰ্ভুক্ত।

তেতিয়া $P(AB) = \frac{m_1}{n}$ $\left(\frac{A\cap B \text{ ৰ অনুকূল ঘটনাৰ সংখ্যা}}{\text{মুঠ ঘটনাৰ সংখ্যা}}\right)$

$$= \frac{m_1}{m}\cdot\frac{m}{n}$$

$$= P(A)\cdot\frac{m_1}{m} \quad \text{———} \ (1)$$

আকৌ, A সংঘটিত হোৱা বুলি জনাত A ৰ মুঠ ঘটনাৰ সংখ্যা হ'ল m আৰু B ৰ অনুকূল ঘটনা হ'ল m_1

$$\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{m_1}{m} \quad \text{———} \ (2)$$

$$\therefore (1)\ \&\ (2) \Rightarrow P(AB) = P(A)\,P(B/A).$$

Ex. এটা মৰাহীত 10 টা ক'লা আৰু 5 টা বগা বল আছে। বলবোৰ পুনঃ প্ৰতিস্থাপন নকৰাকৈ এটাৰ পাছত এটাকৈ দুটা বল লোৱা হ'ল। দুয়োটা বল ক'লা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Solⁿ ধৰো E = প্ৰথমবাৰ অনা বলটো ক'লা।
F = দ্বিতীয়বাৰ " " "

আমি $P(E \cap F)$ উলিয়াব লাগে।

NOW, $P(E) = P$ (প্ৰথম বলটো ক'লা) $= \frac{10}{15}$.

দেখা যায় যে প্ৰথম বলটো ক'লা হ'লে আৰু ইয়াক যিহেতু ঘুৰাই মৰাহীত থোৱা নাযায়, দ্বিতীয় বাৰ লওঁতে মৰাহীত 14 টা বল থাকিব আৰু তাৰে 9 টা বল ক'লা হ'ব।

$\therefore P\left(\frac{F}{E}\right) = \frac{9}{14}$.

∴ সম্ভাৱিতাৰ যৌগিক সূত্ৰমতে,

$P(EF) = P(E) \times P\left(\frac{F}{E}\right)$

$= \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} = \frac{3}{7}$.

Ex2. এটা মোনাত 4 টা ৰঙা আৰু 3 টা নীলা বল আছে। ইয়াৰ পৰা একেবাৰতে 2 টাকৈ দুবাৰ বল লোৱা হ'ল। এতিয়া প্ৰথমৰ বলদুটা ৰঙা আৰু দ্বিতীয় বলদুটা নীলা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান যদিহে

(1) বলবোৰ মোনাত ওভোটাই দিয়া হয়
(2) " " " " হয়।

Solⁿ. ধৰা হ'ল A_1: প্ৰথমবাৰত 2 টা ৰঙা বল লোৱা ঘটনা
A_2: দ্বিতীয়বাৰত 2 টা নীলা " " "

(1) ইয়াত $P(A_1A_2) = P(A_1) \times P\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$

আমি পাওঁ $P(A_1) = \frac{^4C_2}{^7C_2} = \cancel{\frac{4\times3\times2}{7\times6\times2}} = \cancel{\frac{4}{14}}$

$= \frac{\frac{4\times3}{2}}{\frac{7\times6}{2}} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$

প্ৰথমবাৰ দুটা ৰঙা বল লোৱাৰ পাছত যিহেতু ঘুৰাই দিয়া নহ'লে বাকচত মুঠ বল থাকিব 5 টা আৰু তাৰে 3 টা নীলা।

$\therefore P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{^3C_2}{^5C_2} = \frac{3}{10}$.

$$\therefore P(A_1A_2) = P(A_1)\,P\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$
$$= \frac{2}{7}\times\frac{3}{10}$$
$$= \frac{3}{35}$$

(ii) যদি বগা বল কেইটা পুনৰ বাকচত থৈ তাৰ পিছত বল লোৱা হয় তেনে ক্ষেত্ৰত পৰিস্থিতি এনে হ'ব যে ~~আমাৰ সম্ভাৱিকতা~~ বাকচত দুয়োবাৰতে 7 টা বল থাকিব আৰু তাৰে 4 টা বগা ~~ক~~ 3 টা ক'লা। এনে ক্ষেত্ৰত আমি A_1 আৰু A_2 দুয়োটা ঘটনাক স্বতন্ত্ৰ বুলি ক'ম।

সূত্ৰ: স্বতন্ত্ৰ ঘটনা : যদি দুটা ঘটনা এনে হয় যে যিকোনো এটাৰ সংঘটনে আনটোৰ সংঘটনক প্ৰভাৱিত নকৰে তেন্তে ঘটনা দুটা স্বতন্ত্ৰ বুলি কোৱা হয়। এনেক্ষেত্ৰত

$$P(AB) = P(A)\,P(B).$$

উপৰোক্ত প্ৰশ্নত (ii), A_1 আৰু A_2 স্বতন্ত্ৰ।

$$P(A_1) = \frac{{}^4C_2}{{}^7C_2} = \frac{2}{7}$$
$$P(A_2) = \frac{{}^3C_2}{{}^7C_2} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}.$$

$$\therefore P(A_1A_2) = P(A_1)\,P(A_2)$$
$$= \frac{2}{7}\times\frac{1}{7} = \frac{2}{49}.\ \text{Ans.}$$

Thm. তিনিটা ঘটনা A_1, A_2 আৰু A_3ৰ ক্ষেত্ৰত:

$$P(A_1A_2A_3) = P(A_1)\,P\left(\frac{A_2}{A_1}\right)P\left(\frac{A_3}{A_1A_2}\right)$$

n টা ঘটনা $A_1, A_2, \ldots A_n$ৰ ক্ষেত্ৰত —

$$P(A_1A_2\cdots A_n) = P(A_1)\,P\left(\frac{A_2}{A_1}\right)P\left(A_3/A_1A_2\right)\cdots P\left(\frac{A_n}{A_1A_2\cdots A_{n-1}}\right)$$

ঘটনাবোৰ স্বতন্ত্ৰ হ'লে,

$$P(A_1A_2\cdots A_n) = P(A_1)\,P(A_2)\cdots P(A_n).$$

Ex 3 এটা তাচপাতৰ পেকেটৰ পৰা এজনৰ পিছত আনজনকৈ দুখন 'ডায়মণ্ড' পাত তুলি লোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান যদি তুলি লোৱা পাতবোৰ পেকেটলৈ ঘূৰাই দিয়া নহয়।

Sol^n ধৰা হ'ল A = প্ৰথমবাৰত এখন 'ডায়মণ্ড' কাৰ্ড পোৱা ঘটনা
B = দ্বিতীয়বাৰত " " " " "

Sol^n $P(A) = \frac{^{13}C_1}{^{52}C_1} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ [স্পেড, ডায়মণ্ড, হাৰ্ট, ক্লাব $13 + 13 + 13 + 13 = 52$]

$P(B/A) = \frac{^{12}C_1}{^{51}C_1} = \frac{13}{51} = \frac{4}{17}$ [প্ৰথম কাৰ্ড কঢ়াৰ পাছত মুঠ কাৰ্ডৰ সংখ্যা = 51, ডায়মণ্ডৰ 12খন]

∴ উলিয়াব লগা সম্ভাৱিতা $= P(AB)$
$= P(A) \cdot P(B/A)$
$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{17} = \frac{1}{17}$ Ans.

Ex 4. এটা বেগত 5 টা বগা, 7 টা ৰঙা আৰু 8 টা কলা বল আছে। ~~যদি এটাৰ পিছত এটাকৈ দুটা বল লোৱা হয়~~, যদি
20 পুনঃপ্ৰতিস্থাপন কৰা নহয়, তেন্তে একাৰত এটাকৈ 4 টা বল ল'লে আটাইকেইটা বল বগা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

ধৰা হ'ল A = প্ৰথম বলটো বগা
B = দ্বিতীয় " "
C = তৃতীয় " "
D = চতুৰ্থ " "

তেন্তে $P(ABCD) = P(A)\, P(B/A)\, P(C/AB)\, P\left(\frac{D}{ABC}\right)$ ①

$P(A)$ = প্ৰথম বলটো বগা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা
$= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

ইয়াৰ পাছত বেগত 4 টা বগা, 7 টা ৰঙা আৰু 8 টা কলা বল থাকে।

$\therefore P(B/A) = \frac{4}{19}$

পিছৰ steps বেগত থকা বলৰ সংখ্যা 3 টা বগা, 7 টা ৰঙা, 8 টা কলা

$\therefore P(C/AB) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

শেষৰ বাৰত বেগত থকা বলৰ সংখ্যা 2 টা বগা, 7 টা ৰঙা, 8 টা কলা

$\therefore P\left(\frac{D}{ABC}\right) = \frac{2}{17}$

∴ উলিয়াব লগা সম্ভাৱিতা
$P(ABCD) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right) \cdot P(C/BA) \cdot P(D/ABC)$
$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{19} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{17}$
$= \frac{1}{969}$ Ans.

Ex5 এটা বেগত 19 খন টিকেট আছে আৰু তাত 1, 2, ..., 19 নম্বৰ দিয়া আছে। এটা টিকেট টনাৰ পাছত টিকটটো ঘূৰাই নিদিয়াকৈ আন এটা টিকেট লোৱা হ'ল। দুয়োটা টিকটৰ নম্বৰ যুগ্ম হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Soln ধৰা A : টিকটৰ নম্বৰটো যুগ্ম সংখ্যা

B : দ্বিতীয় " " "

$\therefore P(AB) = P(A)\,P\left(\frac{B}{A}\right)$. —(1)

1 ৰ পৰা 19 লৈ 10টা অযুগ্ম আৰু 9টা যুগ্ম সংখ্যা আছে।

$\therefore P(A) = \frac{9}{19}$

প্ৰথম টিকট লোৱাৰ পাছত মুঠ অযুগ্ম সংখ্যা 10টা আৰু যুগ্ম সংখ্যা 8টা থাকে; মুঠ 18টা সংখ্যা আছে।

$\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{8}{18}$

উলিয়াব লগা সম্ভাৱিতা $= \frac{9}{19} \times \frac{8}{18} = \frac{4}{19}$ Ans

Ex6 এটা থৰাহীত 5টা বগা আৰু 8টা ক'লা বল আছে। ~~এবাৰত তিনিটা তিনিটাকৈ বল~~ এবাৰত তিনিটাকৈ দুবাৰ বল টনা হ'ল। প্ৰথমতে পোৱা বল তিনিটা থৰাহীত ঘূৰাই নোসোমোৱাকৈ পিছৰ বাৰৰ বল তিনিটা লোৱা হৈছিল। প্ৰথম বাৰৰ বল তিনিটা বগা আৰু 2য় বাৰৰ বল তিনিটা ক'লা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

Soln ধৰা A = প্ৰথমবাৰত 3টা বগা বল পোৱা ঘটনা

B = 2য় বাৰত 3 " ক'লা " " "

আমাক লাগে $P(A \cap B) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right)$

$P(A) = \frac{^5C_3}{^{13}C_3} = \frac{10}{286} = \frac{5}{143}$.

B ৰ ক্ষেত্ৰত থৰাহীত 2টা বগা আৰু 8টা ক'লা বল থাকিব $\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{^8C_3}{^{10}C_3} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$

$\therefore$ উলিয়াব লগা সম্ভাৱিতা

$$P(AB) = P(A)\,P(B/A)$$
$$= \frac{5}{143} \times \frac{7}{15}$$
$$= \frac{7}{429}.$$